5-6 класс

Продолжительность — 90 минут. Максимальный балл — 30.

Задача 6.1. Герасим и Муму.

В рассказе Тургенева рост собачки Муму составлял примерно пол-аршина, а её хозяин, дворник Герасим, описывался так: «мужчина двенадцати вершков роста, сложенный богатырём». У кого из них рост был больше и во сколько раз? Известно, что 1 сажень = 3 аршина = = 2,1336 м, 1 вершок = 4,445 см?

Примечание: Рост человека в XIX веке обычно давался в вершках сверх двух обязательных аршин.

Задача 6.2. Тик–так!

В классе на стене висят часы, которые показывают время с помощью часовой, минутной и секундной стрелок. Длина часовой стрелки равна 6 см. Определите длину минутной и секундной стрелок, если конец секундной стрелки движется в 56 раз быстрее конца минутной, а конец минутной стрелки — в 18 раз быстрее конца часовой.

Примечание: Длина окружности L вычисляется по формуле $L = 2\pi r$, где r — радиус окружности, а $\pi \approx 3{,}14$.

Задача 6.3. Измеряем монетку.

На рис. 6.1 приведено увеличенное изображение однокопеечной монеты, с нанесёнными на него масштабной сеткой и шкалой. Расстояние между соседними делениями этой шкалы соответствует одному миллиметру. Чему равны радиус монеты, высота цифры «1» и буквы «П»?

Рис. 6.1.

7 класс

Продолжительность — 120 минут. Максимальный балл — 40.

Задача 7.1. Герасим и Муму.

В рассказе Тургенева рост собачки Муму составлял примерно пол-аршина, а её хозяин, дворник Герасим, описывался так: «мужчина двенадцати вершков роста, сложенный богатырём». У кого из них рост был больше и во сколько раз? Известно, что 1 сажень = 3 аршина = = 2,1336 м, 1 вершок = 4,445 см?

Примечание: Рост человека в XIX веке обычно давался в вершках сверх двух обязательных аршин.

Задача 7.2. Тик–так!

В классе на стене висят часы, которые показывают время с помощью часовой, минутной и секундной стрелок. Длина часовой стрелки равна 6 см. Определите длину минутной и секундной стрелок, если конец секундной стрелки движется в 56 раз быстрее конца минутной, а конец минутной стрелки — в 18 раз быстрее конца часовой.

Примечание: Длина окружности L вычисляется по формуле $L = 2\pi r$, где r — радиус окружности, а $\pi \approx 3{,}14$.

Задача 7.3. Измеряем монетку.

На рис. 7.1 приведено увеличенное изображение однокопеечной монеты, с нанесёнными на него масштабной сеткой и шкалой. Расстояние между соседними делениями этой шкалы соответствует одному миллиметру. Чему равны радиус монеты, высота цифры «1» и буквы «П»?

Рис. 7.1.

Задача 7.4. Храни меня, мой талисман!

Ранним утром Король тридевятого королевства сел в карету и поехал вместе со своими приближёнными на охоту. Отъехав от дворца на расстояние 3 км, Король вспомнил, что забыл во дворце свой талисман, приносящий удачу. Недолго думая, он отправил за ним своего лучшего гонца и двинулся дальше. С какой скоростью скакал гонец, если Его величество получил свой талисман, успев проехать ещё 3,5 км? Скорость королевской кареты равна 5 км/ч, а на поиски талисмана во дворце гонец потратил 30 мин. Весь путь туда и обратно гонец скакал с одной и той же скоростью.

8 класс

Продолжительность — 120 минут. Максимальный балл — 40.

Задача 8.1. По дороге в школу.

Рано утром девочка Наташа пошла в школу. Пятую часть времени своего движения она шла со скоростью 1,5 м/с, затем три четверти оставшегося времени её скорость была равна 4,5 км/ч. Поняв, что опаздывает, Наташа остаток времени стала идти быстрее, со скоростью 120 м/мин. Определите среднюю скорость девочки на всём пути.

Задача 8.2. Эксперименты на уроке.

Исследуя на уроке физики свойства рычага, школьники сначала подвесили к нему три грузика так, как показано на рис. 8.1а, а затем те же самые три грузика так, как показано на рис. 8.1б. Какова масса второго и третьего грузика, если масса первого равна 42 г, а рычаг в обоих случаях находился в равновесии. Для удобства рычаг разделён штрихами на 8 равных частей.

Рис. 8.1.

Задача 8.3. Плавучий кубик.

Школьник Паша собрал из пластмассовых пластин полый кубик с толщиной стенок, равной 1 см, и пустил его плавать в воде. Оказалось, что кубик погружается при этом на 6 см. Какова плотность пластмассы, из которой сделаны пластины, если длина ребра кубика равна 8 см? Кубик плавает так, что нижняя его грань горизонтальна. Плотность воды равна 1000 кг/м^3.

Задача 8.4. Фокус с жидкостью.

В цилиндрическом сосуде, изображённом на рис. 8.2а, находится слой жидкости высотой $H = 30$ см. Эту жидкость полностью переливают во второй сосуд (рис. 8.2б), площадь основания которого в три раза больше площади сечения узкой части. Чему равна плотность жидкости, если при переливании давление жидкости на дно сосуда изменилось на 600 Па. Высота широкой части второго сосуда равна $h = 4$ см, площадь сечения его узкой части равна площади сечения первого сосуда. Ускорение свободного падения принять равным 10 Н/кг.

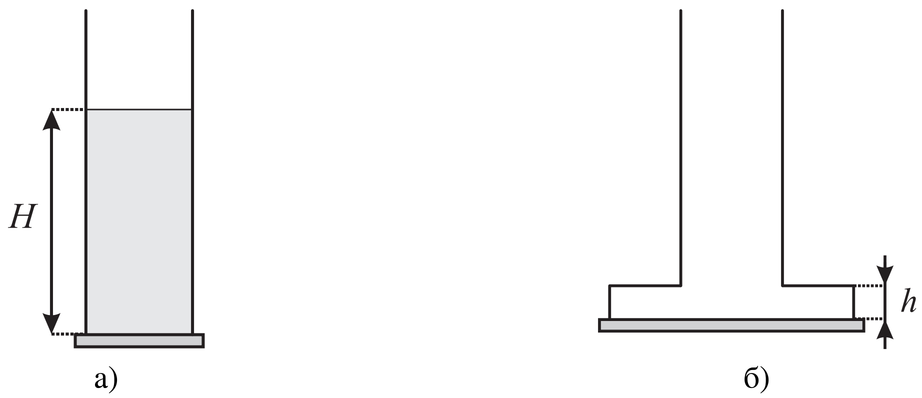


Рис. 8.2.

9 класс

Продолжительность — 150 минут. Максимальный балл — 50.

Задача 9.1. Тает лёд.

Девятиклассница Алёна взяла перед уроком из школьной лаборатории калориметр, налила туда 100 г холодной воды и положила взятый из морозилки кусок льда массой 30 г и температурой −20 ℃. Вернувшись после урока, Алёна обнаружила, что кусок льда уменьшился втрое. Какова была начальная температура воды, если удельная теплоёмкость воды равна 4200 Дж/(кг · ℃), удельная теплоёмкость льда — 2100 Дж/(кг · ℃), а удельная теплота плавления льда составляет 340 кДж/кг? Теплоёмкостью калориметра и потерями тепла в окружающую среду можно пренебречь.

Задача 9.2. Два бруска.

В Закавказье растёт дерево самшит, плотность древесины которого в 1,2 раза больше плотности воды. К бруску, сделанному из его древесины, привязали брусок, сделанный из липы, вдвое меньшего объёма. Получившуюся конструкцию опустили в воду. Каков будет объём погруженной части, если объём самшитового бруска равен V? Плотность липы в 1,6 раза меньше плотности воды.

Задача 9.3. Мощная цепь.

В цепи, изображённой на рис. 9.1, с резистора R_3 ежеминутно отводится энергия величиной 1,44 кДж. Какова суммарная мощность, выделяемая во всей цепи? Чему равно напряжение U, подаваемое к ней? Сопротивления элементов цепи равны $R_1 = 12$ Ом, $R_2 = 8$ Ом, $R_3 = 6$ Ом, $R_4 = 6$ Ом, $R_5 = 12$ Ом, $R_6 = 8$ Ом и $R_7 = 4$ Ом. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

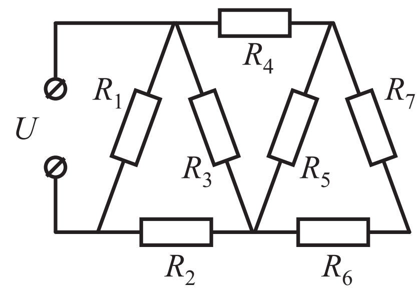


Рис. 9.1.

Задача 9.4. Поехали!

В Институте гоночных болидов им. М. Шумахера проводят испытания нового автомобиля. В одном из них автомобиль начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 4{,}5$ м/с^2. Через две секунды его ускорение увеличивают втрое. Какой окажется скорость автомобиля ещё через две секунды? Какой путь от начала движения к этому времени он проедет?

Задача 9.5. Дайте мне точку опоры!

Тонкий однородной стержень длиной 1 м согнули так, как показано на рис. 9.2. На каком расстоянии от **правого** края стержня нужно поместить точку опоры, чтобы согнутый стержень находился в равновесии? Размерами изгиба можно пренебречь.

Рис. 9.2.

10 класс

Продолжительность — 150 минут. Максимальный балл — 50.

Задача 10.1. Пара половин.

Тело подняли на высоту H над поверхностью земли и отпустили без начальной скорости. Чему равно H, если первую половину пути тело прошло на одну секунду медленнее, чем вторую? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Задача 10.2. Гидравлический подъёмник.

Гидравлический подъёмник, заполненный маслом, имеет два массивных поршня, находящиеся на одной высоте (см. рис. 10.1). Площадь левого поршня $S_1 = 400$ см^2, его масса $m_1 = 3$ кг, а площадь правого $S_2 = 100$ см^2. Определите массу m_2 правого поршня. На какую высоту и в какую сторону сместится относительно начального положения правый поршень, если на оба поршня поставить груз с массой, равной m_2? Плотность масла равна 900 кг/м^3. Трением между поршнями и стенками пренебречь.

Задача 10.3. Длина тени.

Вертикальный шест высотой $h = 1$ м, поставленный недалеко от уличного фонаря высотой $2h$, отбрасывает тень длиной $L_0 = 45$ см. Шест приподнимают над землёй на высоту 50 см. Какова будет длина тени L в этом случае? Фонарь можно считать точечным источником света.

Задача 10.4. «Странный» термометр.

Желая измерить температуру жидкого галлия (температура плавления этого металла меньше 30 ℃), девочка Юля взяла в школьной лаборатории два маленьких калориметра разного объёма и два одинаковых цифровых термометра. Налив галлий в оба сосуда, Юля положила в каждый по термометру. В результате оказалось, что термометр в первом калориметре показывает температуру, равную $t_1 = 35{,}6$ ℃, а во втором — $t_2 = 36{,}5$ ℃. Помогите Юле и определите температуру галлия до измерений, если его объём во втором калориметре в три раза больше, чем в первом, а термометры до погружения в жидкий металл показывали 27 ℃. Теплоёмкостью калориметра и тепловыми потерями можно пренебречь. Оба термометра исправны!

Задача 10.5. Готовимся к Новому Году.

На кружке по радиоэлектронике мальчик Паша собрал гирлянду, состоящую из 12 лампочек мощностью 6 Вт каждая и реостата, соединённых последовательно (см. рис. 10.2). Если такую гирлянду включить в сеть с напряжением 36 В и переместить ползунок реостата в крайнее левое положение, все лампы будут гореть нормальным накалом. При каком сопротивлении реостата мощность, потребляемая **всей цепью**, уменьшится в 1,5 раза? Какова мощность, потребляемая одной лампочкой в этом случае? Сопротивление лампочки считать постоянным.

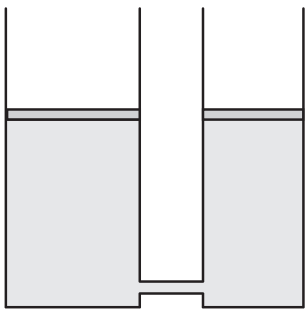


Рис. 10.1.

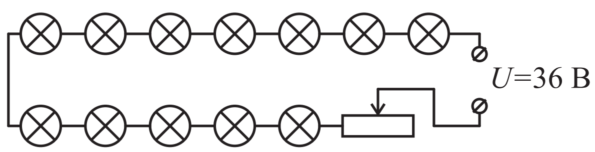


Рис. 10.2.

11 класс

Продолжительность — 150 минут. Максимальный балл — 50.

Задача 11.1. Очень странно…

Мальчик Паша взял из школьной лаборатории вольтметр и пару одинаковых батареек. Подсоединив вольтметр напрямую к одной батарейке, Паша увидел, что вольтметр показывает напряжение $U_1 = 1{,}45$ В. Мальчик повторил свой опыт с двумя батарейками, соединёнными последовательно. В этом случае прибор показал $U_2 = 2{,}7$ В. Чему равно истинное значение ЭДС $\mathscr{E}$ одной батарейки?

Задача 11.2. Тянем-потянем!

Три бруска, имеющие массы m, $2m$ и $3m$, связаны двумя нитями (см. рис. 11.1). Всю систему тянут вдоль гладкой горизонтальной поверхности, прикладывая к правому бруску постоянную горизонтальную силу F. Найдите силы натяжения обеих нитей. Нити считать невесомыми и нерастяжимыми. Сопротивлением воздуха пренебречь.

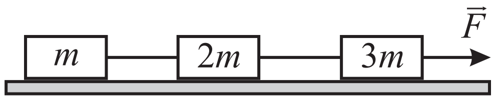


Рис. 11.1.

Задача 11.3. После школы.

Мальчик Вася от скуки решил покидать мяч в вертикальную стену стоящего около школы гаража. Оказалось, что при броске со скоростью $v = 10$ м/с мяч ударяется о стену на высоте $h_1 = 90$ см от земли. Если же скорость броска равна $2v$, то эта высота становится равной $h_2 = 1{,}5$ м. Найдите высоту H точки броска и расстояние L от неё до стены. Начальная скорость мяча всегда направлена горизонтально. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2.

Задача 11.4. Подогреваем и расширяем.

В сосуде под поршнем находится идеальный одноатомный газ. Для того, чтобы увеличить объём этого газа в 1,5 раза, потребовалось сообщить ему количество теплоты, равное $Q_1 = 3$ кДж. Какое количество теплоты Q_2 надо будет дополнительно сообщить газу, чтобы его объём увеличился ещё в 1,5 раза? Каков первоначальный объём газа, если давление его постоянно и равно $p = 100$ кПа?

Задача 11.5. Мощный бег.

Бегун Усейн Болт, двигаясь на своей максимальной скорости v, развивает мощность на 1,89 кВт больше, чем в случае, когда он бежит со скоростью $v/2$. Какова максимальная мощность, развиваемая этим спринтером? Считать, что вся мощность расходуется на преодоление сопротивления воздуха. Сила сопротивления воздуха, действующая на тело спортсмена, пропорциональна квадрату его скорости.

5-7 класс

Задача 7.1.(6.1) Герасим и Муму.

В рассказе Тургенева рост собачки Муму составлял примерно пол-аршина, а её хозяин, дворник Герасим, описывался так: «мужчина двенадцати вершков роста, сложенный богатырём». У кого из них рост был больше и во сколько раз? Известно, что 1 сажень = 3 аршина = = 2,1336 м, 1 вершок = 4,445 см?

Примечание: Рост человека в XIX веке обычно давался в вершках сверх двух обязательных аршин.

Ответ: У Герасима рост больше в 5,5 раз.

Решение: Так как рост человека давался в вершках сверх двух обязательных аршин, настоящий рост Герасима составлял 2 аршина 12 вершков. Один аршин равен 1/3 саженя или 71,12 см, поэтому рост дворника равен

$$H = 2 \times 71{,}12 \text{ см} + 12 \times 4{,}445 \text{ см} = 195{,}58 \text{ см}.$$

Рост Муму составляет 1/2 аршина или

$$h = 0{,}5 \cdot 71{,}12 \text{ см} = 35{,}56 \text{ см}.$$

Отсюда получаем, что Герасим выше собачки в 195,58/35,56 = 5,5 раз.

Критерии:

Указано, что настоящий рост Герасима равен 2 аршина 12 вершков . . . . 2 балла
Рост героев приведён к общим единицам измерения (вершкам, сантиметрам и т.п.) . . 4 балла
Указано, что Герасим выше Муму . . . . 1 балл
Найдено отношение ростов персонажей . . . . 3 балла

Задача 7.2.(6.2) Тик–так!

В классе на стене висят часы, которые показывают время с помощью часовой, минутной и секундной стрелок. Длина часовой стрелки равна 6 см. Определите длину минутной и секундной стрелок, если конец секундной стрелки движется в 56 раз быстрее конца минутной, а конец минутной стрелки — в 18 раз быстрее конца часовой.

Примечание: Длина окружности L вычисляется по формуле $L = 2\pi r$, где r — радиус окружности, а $\pi \approx 3{,}14$.

Ответ: Длина минутной стрелки — 9 см, длина секундной — 8,4 см.

Решение: Часовая стрелка совершает один оборот за 12 часов, минутная — за 1 час, а секундная — за 1 минуту. Так как скорость конца минутной стрелки в 18 раз больше скорости конца часовой ($v_м = 18v_ч$), а время одного оборота минутной стрелки в 12 раз меньше ($t_м = t_ч/12$), то длины окружностей, описанных концами этих стрелок, различаются в

$$\frac{L_м}{L_ч} = \frac{v_м t_м}{v_ч t_ч} = \frac{18}{12} = 1{,}5 \text{ раза}.$$

Согласно формуле для длины окружности, радиусы этих окружностей, то есть длины стрелок, тоже различаются в 1,5 раза. Поэтому длина минутной стрелки равна 6 см × 1,5 = 9 см.

Скорость конца секундной стрелки в 56 раз больше скорости конца минутной ($v_с = 56v_м$), а время одного оборота секундной стрелки в 60 раз меньше ($t_с = t_м/60$). Длины окружностей, описанных концами этих стрелок, различаются в

$$\frac{L_м}{L_с} = \frac{v_м t_м}{v_с t_с} = \frac{60}{56} = \frac{15}{14} \text{ раза}.$$

Следовательно радиусы этих окружностей, то есть длины стрелок, тоже различаются в 15/14 раза, и длина секундной стрелки равна 9 см · 14/15 = 8,4 см.

Критерии:

Найдено время одного оборота каждой из стрелок . . . . 2 балла
Найдено отношение путей для концов часовой и минутной стрелки . . . . 2 балла
Найдено отношение путей для концов секундной и минутной (или часовой) стрелки . 2 балла
Найдена длина минутной стрелки . . . . 2 балла
Найдена длина секундной стрелки . . . . 2 балла

Задача 7.3.(6.3) Измеряем монетку.
На рис. 7.1 приведено увеличенное изображение однокопеечной монеты, с нанесёнными на него масштабной сеткой и шкалой. Расстояние между соседними делениями этой шкалы соответствует одному миллиметру. Чему равны радиус монеты, высота цифры «1» и буквы «П»?

Рис. 7.1.

Ответ: Радиус монетки — 7,75 мм, высота цифры «1» — 6,25 мм, высота буквы «П» — 1,75 мм.

Решение: Вначале определим цену деления масштабной сетки. Между миллиметровыми делениями шкалы укладываются 4 клетки, следовательно 1 клетка сетки соответствует 0,25 мм. Высота буквы «П» составляет, примерно, 7 клеток, а высота цифры «1» — 25 клеток. Отсюда получаем их высоту в миллиметрах: 1,75 мм для буквы «П» и 6,25 мм для цифры «1». Диаметр монетки равен 63 клеткам или 15,5 мм. Соответственно, радиус монетки составляет 15,5 мм/2 = = 7,75 мм.

Критерии:

Определена цена деления масштабной сетки . . . . 2 балла
Найдена высота буквы «П» . . . . 2 балла
Найдена высота цифры «1» . . . . 2 балла
Найден диаметр монетки . . . . 2 балла
Вычислен радиус монетки . . . . 2 балла

Задача 7.4. Храни меня, мой талисман!

Ранним утром Король тридевятого королевства сел в карету и поехал вместе со своими приближёнными на охоту. Отъехав от дворца на расстояние 3 км, Король вспомнил, что забыл во дворце свой талисман, приносящий удачу. Недолго думая, он отправил за ним своего лучшего гонца и двинулся дальше. С какой скоростью скакал гонец, если Его величество получил свой талисман, успев проехать ещё 3,5 км? Скорость королевской кареты равна 5 км/ч, а на поиски талисмана во дворце гонец потратил 30 мин. Весь путь туда и обратно гонец скакал с одной и той же скоростью.

Ответ: 47,5 км/ч.

Решение: Гонец должен проскакать 3 км обратно до дворца, а затем ещё 3 км + 3,5 км = = 6,5 км, чтобы догнать королевскую карету. Таким образом, общий путь, который преодолел гонец, равен $s = 3$ км $+ 6{,}5$ км $= 9{,}5$ км. Общее время доставки талисмана t равно времени, за которое карета Короля проехала 3,5 км, то есть $t = 3{,}5$ км/(5 км/ч) $= 0{,}7$ ч. Из этого времени 30 минут гонец потратил на поиски талисмана во дворце, поэтому передвижение на лошади у него заняло 0,7 ч − 0,5 ч = 0,2 ч. Отсюда находим, что гонец скакал со скоростью

$$v = \frac{s}{t - 0{,}5\text{ ч}} = \frac{9{,}5\text{ км}}{0{,}2\text{ ч}} = 47{,}5\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

Критерии:

Найден общий путь, пройденный гонцом . . . . 2 балла
Найдено общее время доставки талисмана . . . . 2 балла
Найдено время, которое гонец провёл верхом . . . . 3 балла
Найдена скорость, с которой скакал гонец . . . . 3 балла

Максимально возможный балл в 5-6 классе 30
Максимально возможный балл в 7 классе 40

8 класс

Задача 8.1. По дороге в школу.

Рано утром девочка Наташа пошла в школу. Пятую часть времени своего движения она шла со скоростью 1,5 м/с, затем три четверти оставшегося времени её скорость была равна 4,5 км/ч. Поняв, что опаздывает, Наташа остаток времени стала идти быстрее, со скоростью 120 м/мин. Определите среднюю скорость девочки на всём пути.

Ответ: 1,45 м/с.

Решение: Переведём все скорости в метры в секунду: $\upsilon_2 = 4{,}5$ км/ч $= 1{,}25$ м/с, $\upsilon_3 =$ $= 120$ м/мин $= 2$ м/с. Пусть t — время движения Наташи от школы до дома. Тогда времена её движения на первом, втором и третьем участках, соответственно, равны $t_1 = t/5$, $t_2 =$ $= 3/4 \cdot (t - t_1) = 3t/5$, $t_3 = t - t_1 - t_2 = t/5$. Путь, пройденный Наташей, составляет

$$s = \upsilon_1 t_1 + \upsilon_2 t_2 + \upsilon_3 t_3 = \frac{\upsilon_1 t}{5} + \frac{\upsilon_2 \cdot 3t}{5} + \frac{\upsilon_3 t}{5}.$$

Найдём среднюю скорость девочки

$$\upsilon_{\text{ср}} = \frac{s}{t} = \frac{\upsilon_1 + 3\upsilon_2 + \upsilon_3}{5} = \frac{1{,}5\ \text{м/с} + 3{,}75\ \text{м/с} + 2\ \text{м/с}}{5} = 1{,}45\ \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Критерии:

Найдены t_2 и t_3 . . . . 2 балла
Записано выражение для s . . . . 3 балла
Записано выражение для средней скорости . . . . 3 балла
Найдено значение $\upsilon_{\text{ср}}$ . . . . 2 балла

Задача 8.2. Эксперименты на уроке.

Исследуя на уроке физики свойства рычага, школьники сначала подвесили к нему три грузика так, как показано на рис. 8.1а, а затем те же самые три грузика так, как показано на рис. 8.1б. Какова масса второго и третьего грузика, если масса первого равна 42 г, а рычаг в обоих случаях находился в равновесии. Для удобства рычаг разделён штрихами на 8 равных частей.

а) б)

Рис. 8.1.

Ответ: $m_2 = 147$ г, $m_3 = 154$ г.

Решение: Пусть l — длина одного деления рычага, а m_1, m_2, m_3 — массы первого, второго и третьего грузов. Запишем правило моментов для первого и второго случая относительно точки опоры:

$$m_1 g \cdot 4l + m_2 g \cdot 2l = m_3 g \cdot 3l \quad \Rightarrow \quad 4m_1 + 2m_2 = 3m_3 \quad (\text{для рис. 8.1а}),$$

$$m_2 g \cdot 4l = (m_1 + m_3) g \cdot 3l \quad \Rightarrow \quad 4m_2 = 3m_1 + 3m_3 \quad (\text{для рис. 8.1б}).$$

Решая полученную систему, получим

$$m_2 = \frac{7m_1}{2} = 147\ \text{г}, \quad m_3 = \frac{11m_1}{3} = 154\ \text{г}.$$

Критерии:

Записано правило моментов для первого случая . . . . 4 балла
Записано правило моментов для второго случая . . . . 2 балла
Найдено значение m_2 . . . . 2 балла
Найдено значение m_3 . . . . 2 балла

Задача 8.3. Плавучий кубик.

Школьник Паша собрал из пластмассовых пластин полый кубик с толщиной стенок, равной 1 см, и пустил его плавать в воде. Оказалось, что кубик погружается при этом на 6 см. Какова плотность пластмассы, из которой сделаны пластины, если длина ребра кубика равна 8 см? Кубик плавает так, что нижняя его грань горизонтальна. Плотность воды равна 1000 кг/м^3.

Ответ: $\approx$ 1,3 г/см^3.

Решение: Объём кубика равен $V_0 = (8\text{ см})^3 = 512\text{ см}^3$, объём его полости — $V_\text{п} = (8\text{ см} - 2 \cdot 1\text{ см})^3 = 216\text{ см}^3$, а объём пластиковых стенок — $V_\text{ст} = V_0 - V_\text{п} = 296\text{ см}^3$. Когда кубик погружён в воду, объём его погруженной части составляет $V_\text{погр} = (8\text{ см})^2 \cdot 6\text{ см} = 384\text{ см}^3$. Запишем условие плавания и найдём массу кубика:

$$mg = \rho_\text{в} g V_\text{погр} \quad \Rightarrow \quad m = \rho_\text{в} V_\text{погр} = 1\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot 384\text{ см}^3 = 384\text{ г}.$$

Отсюда вычислим плотность пластмассы, из которой сделан кубик

$$\rho_\text{п} = \frac{m}{V_\text{ст}} = \frac{384\text{ г}}{296\text{ см}^3} \approx 1{,}3\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

Критерии:

Найден объём полости . . . . 1 балл
Найден объём стенок кубика . . . . 2 балла
Найден объём погруженной части кубика . . . . 1 балл
Записано условие плавания кубика . . . . 2 балла
Найдена масса кубика . . . . 2 балла
Найдено значение плотности пластмассы . . . . 2 балла

Задача 8.4. Фокус с жидкостью.

В цилиндрическом сосуде, изображённом на рис. 8.2а, находится слой жидкости высотой $H = 30$ см. Эту жидкость полностью переливают во второй сосуд (рис. 8.2б), площадь основания которого в три раза больше площади сечения узкой части. Чему равна плотность жидкости, если при переливании давление жидкости на дно сосуда изменилось на 600 Па. Высота широкой части второго сосуда равна $h = 4$ см, площадь сечения его узкой части равна площади сечения первого сосуда. Ускорение свободного падения принять равным 10 Н/кг.

Ответ: 750 кг/м^3.

Решение: Объём жидкости при переливании не меняется. Пусть H' — высота жидкости, перелитой во второй сосуд. Тогда $SH = 3Sh + S(H' - h)$, где S — площадь сечения первого сосуда. Отсюда получим, что

$$H = 3h + H' - h \quad \Rightarrow \quad H' = H - 2h = 22\text{ см}.$$

Давление на дно уменьшается на $\Delta p = 600$ Па из-за уменьшения высоты слоя жидкости на $\Delta H = H - H' = 2h = 8$ см, поэтому

$$\Delta p = \rho g \Delta H \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{\Delta p}{g\Delta H} = \frac{\Delta p}{2gh} = \frac{600\text{ Па}}{2 \cdot 10\text{ Н/кг} \cdot 0{,}04\text{ м}} = 750\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

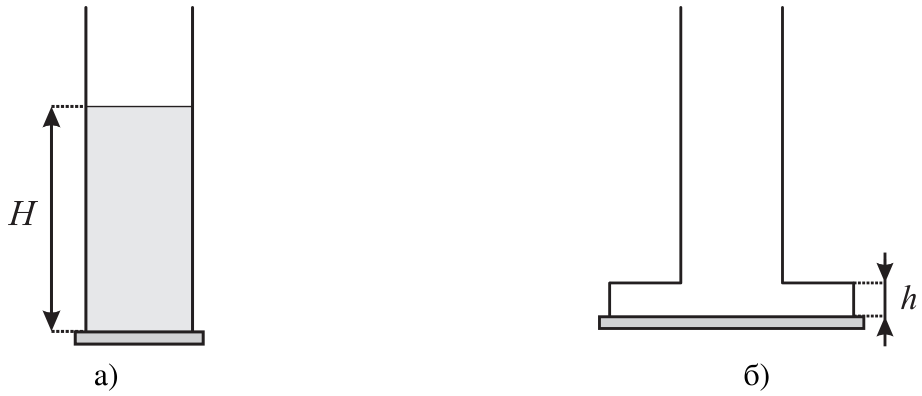


Рис. 8.2.

Критерии:

Записано условие равенства объёмов в обоих сосудах . . . . 2 балла
Найдено изменение высоты жидкости . . . . 3 балла
Записана формула для разности давлений . . . . 2 балла
Найдено значение плотности жидкости . . . . 3 балла

Максимально возможный балл в 8 классе 40

9 класс

Задача 9.1. Тает лёд.

Девятиклассница Алёна взяла перед уроком из школьной лаборатории калориметр, налила туда 100 г холодной воды и положила взятый из морозилки кусок льда массой 30 г и температурой −20 ℃. Вернувшись после урока, Алёна обнаружила, что кусок льда уменьшился втрое. Какова была начальная температура воды, если удельная теплоёмкость воды равна 4200 Дж/(кг · ℃), удельная теплоёмкость льда — 2100 Дж/(кг · ℃), а удельная теплота плавления льда составляет 340 кДж/кг? Теплоёмкостью калориметра и потерями тепла в окружающую среду можно пренебречь.

Ответ: ≈ 19 ℃.

Решение: Пусть $m_в$ — первоначальная масса воды в калориметре, $m_л$ — масса куска льда, а t — начальная температура воды. По истечении урока в калориметре установилось (практически) тепловое равновесие. Так как лёд расплавился лишь частично, установившаяся температура в сосуде равна 0 ℃. За время эксперимента кусок льда уменьшился втрое, то есть масса растаявшего льда равна $2m_л/3 = 20$ г. Запишем уравнение теплового баланса:

$$c_в m_в(t - 0\,℃) = c_л m_л \cdot 20\,℃ + \lambda \cdot \frac{2m_л}{3}.$$

Выразив отсюда t, получаем

$$t = \frac{c_л m_л \cdot 20\,℃ + \lambda \cdot 2m_л/3}{c_в m_в} = \frac{2100\text{ Дж/(кг}\cdot℃)\cdot 0{,}03\text{ кг}\cdot 20\,℃ + 340000\text{ Дж/кг}\cdot 0{,}02\text{ кг}}{4200\text{ Дж/(кг}\cdot℃)\cdot 0{,}1\text{ кг}} =$$

$$= \frac{1260\text{ Дж} + 6800\text{ Дж}}{420\text{ Дж/}℃} \approx 19\,℃.$$

Критерии:

Определена установившаяся температура . . . . 2 балла
Записано уравнение теплового баланса . . . . 5 баллов
Найдено значение начальной температуры . . . . 3 балла

Задача 9.2. Два бруска.

В Закавказье растёт дерево самшит, плотность древесины которого в 1,2 раза больше плотности воды. К бруску, сделанному из его древесины, привязали брусок, сделанный из липы, вдвое меньшего объёма. Получившуюся конструкцию опустили в воду. Каков будет объём погруженной части, если объём самшитового бруска равен V? Плотность липы в 1,6 раза меньше плотности воды.

Ответ: $1{,}5V$.

Решение: Общий объём равен сумме объёмов обоих брусков $V_{общ} = V + V/2 = 3V/2$. Плотность самшита равна $\rho_c = 1{,}2\rho_в$, плотность липы — $\rho_л = \rho_в/1{,}6 = 5\rho_в/8$. Общая масса брусков равна, соответственно,

$$m_{общ} = \rho_c V + \frac{\rho_л V}{2} = \frac{6\rho_в V}{5} + \frac{5\rho_в V}{16} = \frac{121\rho_в V}{80}.$$

Далее есть два **равнозначных** способа решения.

Способ 1. Найдём теперь среднюю плотность двух деревянных брусков:

$$\rho_{сред} = \frac{m_{общ}}{V_{общ}} = \frac{121\rho_в V/80}{3V/2} = \frac{121\rho_в}{120}.$$

Так как средняя плотность больше плотности воды, связка из этих брусков утонет, и объём погруженной части будет равен общему объёму брусков, то есть $1{,}5V$.

Способ 2. Допустим, что связка из брусков плавает. Запишем условие плавания и найдём объём погруженной части:

$$m_{\text{общ}}g = \rho_{\text{в}}gV_{\text{погр}} \quad \Rightarrow \quad V_{\text{погр}} = \frac{m_{\text{общ}}}{\rho_{\text{в}}} = \frac{121V}{80} = 1{,}5125V.$$

Так как $V_{\text{погр}} > V_{\text{общ}}$ плавание невозможно, и бруски утонут. Следовательно, искомый объём равен $1{,}5V$.

Критерии:

Найдена общая масса брусков . . . . 2 балла
Найдена средняя плотность *или* объём погруженной части . . . . 3 балла
Сделан вывод о том, что бруски утонут . . . . 3 балла
Правильный ответ . . . . 2 балла

Задача 9.3. Мощная цепь.

В цепи, изображённой на рис. 9.1, с резистора R_3 ежеминутно отводится энергия величиной 1,44 кДж. Какова суммарная мощность, выделяемая во всей цепи? Чему равно напряжение U, подаваемое к ней? Сопротивления элементов цепи равны $R_1 = 12$ Ом, $R_2 = 8$ Ом, $R_3 = 6$ Ом, $R_4 = 6$ Ом, $R_5 = 12$ Ом, $R_6 = 8$ Ом и $R_7 = 4$ Ом. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

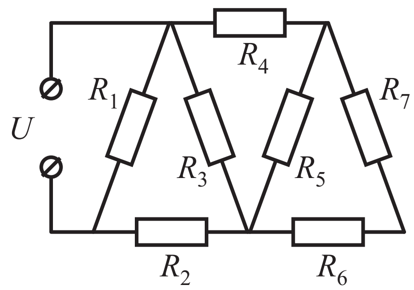


Рис. 9.1.

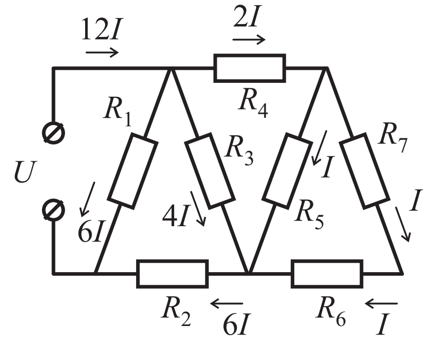


Рис. 9.2.

Ответ: 216 Вт; 36 В.

Решение: Пусть I — сила тока, текущего через резисторы R_6 и R_7 (см. рис. 9.2). Так как $R_5 = R_6 + R_7 = 12$ Ом, сила тока через R_5 также равна I, а через R_4 равна $2I$. Общее сопротивление ветви, содержащей резисторы R_4, …, R_7, равно $R_{4567} = R_4 + R_5(R_6 + R_7)/(R_5 + R_6 + R_7) = 12$ Ом. Поскольку $R_{4567} = 2R_3$, из законов параллельного соединения следует, что ток через R_3 равен $I_3 = 4I$. Следовательно, ток через R_2 составляет $6I$. Общее сопротивление ветви, содержащей резисторы R_2, …, R_7, равно $R_{234567} = R_2 + R_3R_{4567}/(R_3 + R_{4567}) = 12$ Ом. Так как $R_{234567} = R_1$, то ток через R_1 тоже равен $6I$, а общие ток и сопротивление цепи составляют $I_{\text{общ}} = 12I$ и $R_{\text{общ}} = 6$ Ом соответственно.

По условию задачи, на резисторе R_3 за время $t = 60$ с выделяется количество теплоты, равное $Q = 1440$ Дж. По закону Джоуля–Ленца,

$$Q = I_3^2R_3t = 16I^2R_3t \quad \Rightarrow \quad I = \sqrt{\frac{Q}{16R_3t}} = \sqrt{\frac{1440\text{ Дж}}{16 \cdot 6\text{ Ом} \cdot 60\text{ с}}} = 0{,}5\text{ А}.$$

Отсюда находим общее напряжение в цепи и суммарную мощность, выделяющуюся на резисторах:

$$U = I_{\text{общ}} R_{\text{общ}} = 12 I R_{\text{общ}} = 12 \cdot 0{,}5\ \text{А} \cdot 6\ \text{Ом} = 36\ \text{В},$$

$$P = U I_{\text{общ}} = U \cdot 12 I = 36\ \text{В} \cdot 12 \cdot 0{,}5\ \text{А} = 216\ \text{Вт}.$$

Критерии:

Найдено общее сопротивление цепи . . . . 2 балла
Общий ток и ток I_3 выражены через какой-то один ток I . . . . 2 балла
Записан закон Джоуля–Ленца для R_3 . . . . 2 балла
Найдено общее напряжение в цепи . . . . 2 балла
Найдена суммарная мощность . . . . 2 балла

Задача 9.4. Поехали!

В Институте гоночных болидов им. М. Шумахера проводят испытания нового автомобиля. В одном из них автомобиль начинает разгоняться с постоянным ускорением $a = 4{,}5$ м/с^2. Через две секунды его ускорение увеличивают втрое. Какой окажется скорость автомобиля ещё через две секунды? Какой путь от начала движения к этому времени он проедет?

Ответ: 36 м/с; 54 м.

Решение: Рассмотрим первый участок разгона. Скорость автомобиля в его конце равна $v_1 = a \cdot 2\ \text{с} = 9$ м/с, а путь, пройденный на первом участке, составил $s_1 = a \cdot (2\ \text{с})^2/2 = 9$ м. На втором участке начальная скорость равна v_1, а ускорение равно $3a$. Скорость в конце второго участка равна

$$v_2 = v_1 + 3a \cdot 2\ \text{с} = 9\ \text{м/с} + 3 \cdot 4{,}5\ \text{м/с}^2 \cdot 2\ \text{с} = 36\ \text{м/с}.$$

Длина второго участка составляет

$$s_2 = v_1 \cdot 2\ \text{с} + \frac{3a \cdot (2\ \text{с})^2}{2} = 18\ \text{м} + \frac{3 \cdot 4{,}5\ \text{м/с}^2 \cdot (2\ \text{с})^2}{2} = 45\ \text{м}.$$

Соответственно, от начала своего движения автомобиль проехал $s = s_1 + s_2 = 54$ м.

Критерии:

Найдена скорость в конце первого участка . . . . 2 балла
Найдена длина первого участка . . . . 2 балла
Найдена скорость в конце второго участка . . . . 2 балла
Найдена длина второго участка . . . . 2 балла
Найден весь путь . . . . 2 балла

Задача 9.5. Дайте мне точку опоры!

Тонкий однородной стержень длиной 1 м согнули так, как показано на рис. 9.3. На каком расстоянии от **правого** края стержня нужно поместить точку опоры, чтобы согнутый стержень находился в равновесии? Размерами изгиба можно пренебречь.

Рис. 9.3.

Ответ: 46 см.

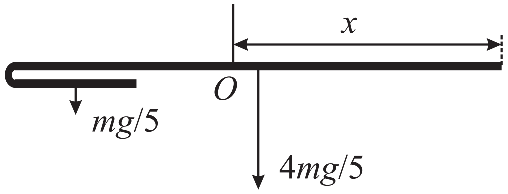


Рис. 9.4.

Решение: Пусть m — масса всего стержня длиной 1 м. Тогда масса верхней части согнутого стержня (длиной 80 см) равна $4m/5$, а масса нижней части (длиной 80 см) равна, соответственно, $m/5$. Обозначим x расстояние от правого края стержня до точки подвеса O и изобразим силы тяжести, действующие на обе части стержня в отдельности (рис. 9.4). Запишем правило моментов относительно точки O:

$$\frac{4mg}{5} \cdot (x - 40\text{ см}) = \frac{mg}{5} \cdot (70\text{ см} - x).$$

Найдём отсюда величину x:

$$4(x - 40\text{ см}) = 70\text{ см} - x \quad \Rightarrow \quad x = 46\text{ см}.$$

Критерии:

Найдены силы, действующие на обе части стержня . . . . 3 балла
Записано правило моментов . . . . 5 баллов
Найдено значение x . . . . 2 балла

Максимально возможный балл в 9 классе 50

10 класс

Задача 10.1. Пара половин.

Тело подняли на высоту H над поверхностью земли и отпустили без начальной скорости. Чему равно H, если первую половину пути тело прошло на одну секунду медленнее, чем вторую? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: ≈ 29 м.

Решение: Пусть t — время прохождения телом второй половины пути. Тогда время, затраченное на первую половину, равно $t + 1$ с, а всё время, соответственно, равно $2t + 1$ с. Тело падает вниз с ускорением g без начальной скорости, поэтому

$$\frac{H}{2} = \frac{g(t+1\text{ с})^2}{2} \quad \text{(первая половина пути)},$$

$$H = \frac{g(2t+1\text{ с})^2}{2} \quad \text{(весь путь)}.$$

Исключая из этих уравнений H, получаем

$$g(t+1\text{ с})^2 = \frac{g(2t+1\text{ с})^2}{2} \quad \Rightarrow \quad 2(t+1\text{ с})^2 = (2t+1\text{ с})^2 \quad \Rightarrow \quad t = \frac{\sqrt{2}}{2}\text{ с} \approx 0{,}7\text{ с}.$$

Отсюда находим высоту H:

$$H = \frac{g(2t+1\text{ с})^2}{2} \approx 29\text{ м}.$$

Критерии:

Записано уравнение для первой половины пути . . . . 2 балла
Записано ещё одно уравнение, например, для всего пути . . . . 2 балла
Найдено время на первом или втором участке . . . . 3 балла
Найдено значение H . . . . 3 балла

Задача 10.2. Гидравлический подъёмник.

Гидравлический подъёмник, заполненный маслом, имеет два массивных поршня, находящиеся на одной высоте (см. рис. 10.1). Площадь левого поршня $S_1 = 400$ см^2, его масса $m_1 = 3$ кг, а площадь правого $S_2 = 100$ см^2. Определите массу m_2 правого поршня. На какую высоту и в какую сторону сместится относительно начального положения правый поршень, если на оба поршня поставить груз с массой, равной m_2? Плотность масла равна 900 кг/м^3. Трением между поршнями и стенками пренебречь.

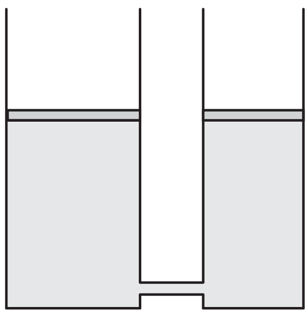


Рис. 10.1.

Ответ: 5 см.

Решение: В первом случае поршни подъёмника находятся на одной высоте, поэтому давление, оказываемое поршнями на масло, совпадает:

$$p_1 = p_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{m_1 g}{S_1} = \frac{m_2 g}{S_2} \quad \Rightarrow \quad m_2 = \frac{m_1 S_2}{S_1} = \frac{m_1}{4} = 750 \text{ г.}$$

Если на оба поршня поместить грузы массой m_2, из-за меньшей площади правого поршня, давление на масло в правом колене увеличится сильнее, и правый поршень сместится вниз. Пусть он опустился на высоту h, тогда левый поршень поднимется на высоту $h/4$. Разность давлений поршней на масло в этом случае компенсируется гидростатическим давление слоя масла высотой $h + h/4 = 5h/4$:

$$\frac{m_2 g}{S_2} - \frac{m_2 g}{S_1} = \rho_{\text{м}} g \cdot \frac{5h}{4} \quad \Rightarrow \quad h = \frac{4m_2(S_1 - S_2)}{5\rho_{\text{м}} S_1 S_2} = 5 \text{ см.}$$

Критерии:

Найдена масса второго поршня . . . . 2 балла
Найдено направление смещения правого поршня во втором случае . . . . 1 балл
Найдена связь между смещениями поршней . . . . 2 балла
Записано условие равенства давлений во втором случае . . . . 3 балла
Найдена величина смещения правого поршня . . . . 2 балла

Задача 10.3. Длина тени.

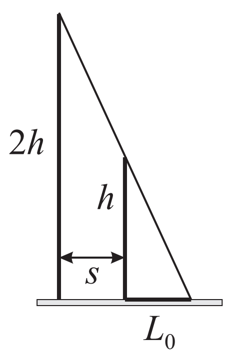
Вертикальный шест высотой $h = 1$ м, поставленный недалеко от уличного фонаря высотой $2h$, отбрасывает тень длиной $L_0 = 45$ см. Шест приподнимают над землёй на высоту 50 см. Какова будет длина тени L в этом случае? Фонарь можно считать точечным источником света.

Ответ: 120 см.

Решение: Рассмотрим первый случай, когда шест стоит на земле (рис. 10.2а). Из подобия треугольников следует, что расстояние s между шестом и фонарём равно $L_0 = 45$ см. Во втором случае шест поднят над землёй на высоту $h/2$ (рис. 10.2б). Из подобия треугольников получаем

$$\frac{2h}{s + x} = \frac{h/2}{x} \quad \Rightarrow \quad 4x = s + x \quad \Rightarrow \quad x = \frac{s}{3} = 15 \text{ см,}$$

$$\frac{2h}{s + x + L} = \frac{h/2 + h}{x + L} \quad \Rightarrow \quad \frac{4(x + L)}{3} = s + x + L \quad \Rightarrow \quad L = 3s - x = \frac{8s}{3} = 120 \text{ см.}$$



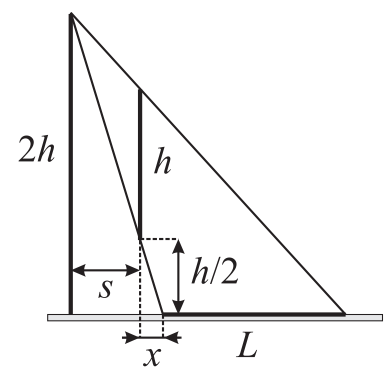


Рис. 10.2.

Критерии:

Найдено расстояние между шестом и фонарём . . . . 2 балла
Записано одно условие подобия треугольников . . . . 3 балла
Записано второе условие подобия треугольников . . . . 3 балла
Найдена длина тени во втором случае . . . . 2 балла

Задача 10.4. «Странный» термометр.

Желая измерить температуру жидкого галлия (температура плавления этого металла меньше 30 ℃), девочка Юля взяла в школьной лаборатории два маленьких калориметра разного объёма и два одинаковых цифровых термометра. Налив галлий в оба сосуда, Юля положила в каждый по термометру. В результате оказалось, что термометр в первом калориметре показывает температуру, равную $t_1 = 35{,}6\,℃$, а во втором — $t_2 = 36{,}5\,℃$. Помогите Юле и определите температуру галлия до измерений, если его объём во втором калориметре в три раза больше, чем в первом, а термометры до погружения в жидкий металл показывали 27 ℃. Теплоёмкостью калориметра и тепловыми потерями можно пренебречь. Оба термометра исправны!

Ответ: ≈ 37 ℃.

Решение: Пусть m — масса галлия в первом калориметре, t — его начальная температура, M — масса термометра, c — удельная теплоёмкость его материала. Запишем уравнение теплового баланса для обоих калориметров:

$$c_{\text{г}} m(t - 35{,}6\,℃) = cM(35{,}6\,℃ - 27\,℃) \quad \text{(первый калориметр)},$$

$$c_{\text{г}} \cdot 3m(t - 36{,}5\,℃) = cM(36{,}5\,℃ - 27\,℃) \quad \text{(второй калориметр)}.$$

Поделив эти уравнения друг на друга, получим

$$\frac{3(t - 36{,}5\,℃)}{(t - 35{,}6\,℃)} = \frac{36{,}5\,℃ - 27\,℃}{35{,}6\,℃ - 27\,℃} \approx 1{,}1 \quad \Rightarrow \quad t \approx 37\,℃.$$

Критерии:

Уравнение теплового баланса для первого калориметра . . . . 3 балла
Уравнение теплового баланса для второго калориметра . . . . 3 балла
Найдена начальная температура галлия . . . . 4 балла

Задача 10.5. Готовимся к Новому Году.

На кружке по радиоэлектронике мальчик Паша собрал гирлянду, состоящую из 12 лампочек мощностью 6 Вт каждая и реостата, соединённых последовательно (см. рис. 10.3). Если такую гирлянду включить в сеть с напряжением 36 В и переместить ползунок реостата в крайнее левое положение, все лампы будут гореть нормальным накалом. При каком сопротивлении реостата мощность, потребляемая **всей цепью**, уменьшится в 1,5 раза? Какова мощность, потребляемая одной лампочкой в этом случае? Сопротивление лампочки считать постоянным.

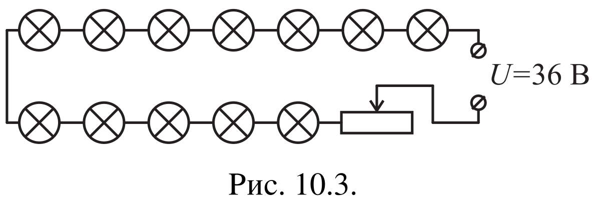


Рис. 10.3.

Ответ: 9 Ом; 3,375 Вт.

Решение: В случае, когда ползунок реостата находится в крайнем левом положении, его сопротивление равно нулю. Мощность, потребляемая цепью в этом случае, равна сумме номинальных мощностей ламп, $P_0 = 12 \times 6$ Вт $= 72$ Вт, а напряжение на каждой лампе равно 36 В/12 = 3 В. Отсюда найдём сопротивление одной лампочки:

$$r = \frac{(3\ \text{В})^2}{6\ \text{Вт}} = 1{,}5\ \text{Ом}.$$

Если сопротивление реостата станет равным R, общее сопротивление всей цепи будет равно

$$R_{\text{общ}} = R + 12 \times 1{,}5\ \text{Ом} = R + 18\ \text{Ом}.$$

Новая мощность, потребляемая всей цепью, должна стать $P_0/1{,}5 = 48$ Вт. Поэтому

$$R + 18\ \text{Ом} = \frac{(36\ \text{В})^2}{48\ \text{Вт}} = 27\ \text{Ом} \quad \Rightarrow \quad R = 9\ \text{Ом}.$$

Сила тока в цепи в этом случае составит $I = 36$ В/(27 Ом) = 1,5 А, а мощность, выделяющаяся на одной лампочке равна $P = I^2 r = 27/8$ Вт $= 3{,}375$ Вт.

Критерии:

Найдена начальная общая мощность в цепи . . . . 1 балл
Найдено сопротивление лампочки . . . . 2 балла
Найдено требуемое сопротивление реостата . . . . 3 балла
Найдена сила тока в цепи для второго случая . . . . 2 балла
Найдена мощность одной лампочки во втором случае . . . . 2 балла

Максимально возможный балл в 10 классе 50

11 класс

Задача 11.1. Очень странно…

Мальчик Паша взял из школьной лаборатории вольтметр и пару одинаковых батареек. Подсоединив вольтметр напрямую к одной батарейке, Паша увидел, что вольтметр показывает напряжение $U_1 = 1{,}45$ В. Мальчик повторил свой опыт с двумя батарейками, соединёнными последовательно. В этом случае прибор показал $U_2 = 2{,}7$ В. Чему равно истинное значение ЭДС $\mathscr{E}$ одной батарейки?

Ответ: 1,566 В.

Решение: Странные показания вольтметра объясняются наличием у него внутреннего (не бесконечного) сопротивления. Обозначим его R, а внутреннее сопротивление батарейки r. Если через вольтметр течёт ток I, то прибор показывает напряжение, равное $U = IR$. По закону Ома для полной цепи получаем

$$\mathscr{E} = I_1(r+R) \quad \Rightarrow \quad \mathscr{E} = \frac{U_1(r+R)}{R} \quad \text{(первый случай)},$$

$$2\mathscr{E} = I_2(2r+R) \quad \Rightarrow \quad \mathscr{E} = \frac{U_2(2r+R)}{2R} \quad \text{(второй случай)}.$$

Приравнивая правые части этих равенств, находим, что

$$\frac{U_1(r+R)}{R} = \frac{U_2(2r+R)}{2R} \quad \Rightarrow \quad \frac{2(r+R)}{(2r+R)} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{54}{29} \quad \Rightarrow \quad R = 12{,}5\,r.$$

Отсюда следует, что

$$\mathscr{E} = \frac{U_1(r+R)}{R} = \frac{27U_1}{25} = 1{,}566 \text{ В}.$$

Критерии:

Идея о наличии у вольтметра внутреннего сопротивления . . . . 1 балл
Записан закон Ома для полной цепи в первом случае . . . . 2 балла
Записан закон Ома для полной цепи во втором случае . . . . 2 балла
Найдено, что $R = 12{,}5r$ . . . . 3 балла
Найдено $\mathscr{E}$ батарейки . . . . 2 балла

Задача 11.2. Тянем-потянем!

Три бруска, имеющие массы m, $2m$ и $3m$, связаны двумя нитями (см. рис. 11.1). Всю систему тянут вдоль гладкой горизонтальной поверхности, прикладывая к правому бруску постоянную горизонтальную силу F. Найдите силы натяжения обеих нитей. Нити считать невесомыми и нерастяжимыми. Сопротивлением воздуха пренебречь.

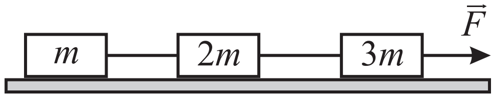


Рис. 11.1.

Ответ: $T_1 = F/6$, $T_2 = F/2$.

Решение: Пусть T_1 — сила натяжения левой нити, T_2 — сила натяжения правой, a — ускорение, с которым движется система. Запишем 2-й закон Ньютона для каждого тела:

$$ma = T_1, \quad 2ma = T_2 - T_1, \quad 3ma = F - T_2.$$

Складывая эти уравнения, получаем

$$6ma = F \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F}{6m}.$$

Подставляем найденное ускорение в первое и третье уравнение:

$$T_1 = ma = \frac{F}{6},$$

$$3ma = F - T_2 \quad \Rightarrow \quad T_2 = F - 3ma = F - \frac{F}{2} = \frac{F}{2}.$$

Критерии:

Записан 2-й закон Ньютона для брусков . . . . 3 балла
Найдено ускорение системы . . . . 3 балла
Найдено T_1 . . . . 2 балла
Найдено T_2 . . . . 2 балла

Задача 11.3. После школы.

Мальчик Вася от скуки решил покидать мяч в вертикальную стену стоящего около школы гаража. Оказалось, что при броске со скоростью $v = 10$ м/с мяч ударяется о стену на высоте $h_1 = 90$ см от земли. Если же скорость броска равна $2v$, то эта высота становится равной $h_2 = 1{,}5$ м. Найдите высоту H точки броска и расстояние L от неё до стены. Начальная скорость мяча всегда направлена горизонтально. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2.

Ответ: $H = 1{,}7$ м, $L = 4$ м.

Решение: Пусть t_1 — время полёта мяча в первом случае. Тогда

$$\begin{cases} L = vt_1, \\ h_1 = H - gt_1^2/2 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad H - h_1 = \frac{gL^2}{2v^2}.$$

Для втором случае

$$H - h_2 = \frac{gL^2}{2(2v)^2} = \frac{gL^2}{8v^2}.$$

Отсюда получаем, что

$$H - h_1 = 4(H - h_2) \quad \Rightarrow \quad H = \frac{4h_2 - h_1}{3} = 1{,}7 \text{ м}.$$

Зная это, находим расстояние L:

$$L = v\sqrt{\frac{2(H - h_1)}{g}} = 10\,\frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}8 \text{ м}}{10 \text{ м/с}^2}} = 4 \text{ м}.$$

Критерии:

Записаны уравнения движения мяча . . . . 2 балла
Найдена связь между h_1, h_2 и H . . . . 3 балла
Найдено значение H . . . . 2 балла
Найдено значение L . . . . 3 балла

Задача 11.4. Подогреваем и расширяем.

В сосуде под поршнем находится идеальный одноатомный газ. Для того, чтобы увеличить объём этого газа в 1,5 раза, потребовалось сообщить ему количество теплоты, равное $Q_1 = 3$ кДж. Какое количество теплоты Q_2 надо будет дополнительно сообщить газу, чтобы его объём увеличился ещё в 1,5 раза? Каков первоначальный объём газа, если давление его постоянно и равно $p = 100$ кПа?

Ответ: 4,5 кДж; 24 л.

Решение: Пусть V_0 — первоначальный объём газа. Тогда после первого расширения его объём стал равный $V_1 = 1{,}5V_0$, а после второго — $V_2 = (1{,}5)^2V_0 = 2{,}25V_0$. Запишем первое начало термодинамики и учтём, что для изобарного процесса $p\Delta V = \nu R\Delta T$:

$$Q = \frac{3}{2}\nu R\Delta T + p\Delta V = \frac{5}{2}p\Delta V.$$

Отсюда получаем, что, во-первых,

$$Q_1 = \frac{5}{2}p(V_1 - V_0) = \frac{5}{4}pV_0 \quad \Rightarrow \quad V_0 = \frac{4Q_1}{5p} = \frac{4 \cdot 3000\ \text{Дж}}{5 \cdot 100000\ \text{Па}} = 0{,}024\ \text{м}^3 = 24\ \text{л},$$

а, во-вторых,

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{V_2 - V_1}{V_1 - V_0} = 1{,}5 \quad \Rightarrow \quad Q_2 = 1{,}5Q_1 = 4{,}5\ \text{кДж}.$$

Критерии:

Найдены V_1 и V_2 . . . . 1 балл
Записано первое начало термодинамики . . . . 1 балл
Получена формула $Q = 5p\Delta V/2$ . . . . 3 балла
Найдено V_0 . . . . 3 балла
Найдено Q_2 . . . . 2 балла

Задача 11.5. Мощный бег.

Бегун Усейн Болт, двигаясь на своей максимальной скорости v, развивает мощность на 1,89 кВт больше, чем в случае, когда он бежит со скоростью $v/2$. Какова максимальная мощность, развиваемая этим спринтером? Считать, что вся мощность расходуется на преодоление сопротивления воздуха. Сила сопротивления воздуха, действующая на тело спортсмена, пропорциональна квадрату его скорости.

Ответ: 2,16 кВт.

Решение: Сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости бегуна, $F = \alpha v^2$, где α — коэффициент пропорциональности. Мощность, расходующаяся на преодоление этой силы при беге со скоростью v, равна

$$N_1 = \frac{A}{t} = \frac{Fs}{t} = Fv = \alpha v^3.$$

Из полученной формулы следует, что при беге со скоростью $v/2$ требуемая мощность уменьшается в 8 раз:

$$N_2 = \alpha\left(\frac{v}{2}\right)^3 = \frac{\alpha v^3}{8} = \frac{N_1}{8}.$$

По условию задачи $N_1 - N_2 = 1{,}89$ кВт. Отсюда получаем, что

$$N_1 - \frac{N_1}{8} = \frac{7N_1}{8} = 1{,}89\ \text{кВт} \quad \Rightarrow \quad N_1 = \frac{8 \cdot 1{,}89\ \text{кВт}}{7} = 2{,}16\ \text{кВт}.$$

Критерии:

Получена формула $N = \alpha v^3$ . . . . 4 балла
Найдено, что $N_2 = N_1/8$ . . . . 3 балла
Найдено значение N_1 . . . . 3 балла

Максимально возможный балл в 11 классе 50